York, NY: Kluwer Academic/Plenum Publishers. – 2003. – P. 249–258.

2. Козьминых В. В. *О представлении частично рекурсивных функций в виде суперпозиций* // Алгебра и логика. – 1972. – Т. 11. – № 3. – С. 270–294.

3. Соар Р. И. *Вычислимо перечислимые множества и степени: Изучение вычислимых функций и вычислимо перечисляемых множеств : пер. с англ. / Р. И. Соар.* – Казань: Изд-во Казанск. матем. общ-ва, 2000. – 576 с.

Н. В. Зайцева

Казанский (Приволжский) федеральный университет,
queen-natalya@mail.ru

ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ С НЕЛОКАЛЬНЫМ ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ОПЕРАТОРОМ БЕССЕЛЯ

Рассматривается смешанная задача для B-гиперболического уравнения с интегральным условием второго рода и доказывается единственность ее решения.

Пусть $D = \{(x,t)|0 < x < l, 0 < t < T\}$ – прямоугольная область в координатной плоскости Oxt.

В области D рассмотрим B-гиперболическое уравнение

$$\Box_B u = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - B_x u = 0, \tag{1}$$

где $B_x = x^{-k}\frac{\partial}{\partial x}(x^k\frac{\partial}{\partial x}) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{k}{x}\frac{\partial}{\partial x}$ – оператор Бесселя.

Требуется найти функцию $u(x,t)$, удовлетворяющую условиям:

$$u(x,t) \in C^2(D) \cap C^1(D \cup \Gamma_0 \cup \Gamma_1) \cap C(\overline{\mathrm{D}}), \tag{2}$$

$$\square_B u(x,t) = 0, \quad (x,t) \in D, \tag{3}$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \tag{4}$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t|_{t=0} = \psi(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{5}$$

$$u(l,t) + \int_0^l u(x,t)x^k\,dx = 0, \quad t \geqslant 0, \tag{6}$$

где $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ – заданные, достаточно гладкие функции, $\Gamma_0 = \{(x,t)| \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \quad x = 0\}$, $\Gamma_1 = \{(x,t)| \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \quad t = 0\}$.

Теорема. *Смешанная задача* (2) – (6) *не может иметь более одного решения.*

Для доказательства единственности решения задачи воспользуемся методом от противного. Пусть u_1 и u_2 – два предполагаемых решения задачи (2) – (6). Тогда их разность $\omega = u_1 - u_2$ удовлетворяет условиям (2) – (4), однородным начальным условиям

$$\omega|_{t=0} = 0, \quad \omega_t|_{t=0} = 0, \tag{5_0}$$

и интегральному условию

$$\omega(l,t) + \int_0^l \omega(x,t)x^k\,dx = 0. \tag{6_0}$$

Нетрудно проверить, что имеет место тождество

$$x^k v_t \square_B v \equiv \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left\{x^k\left[\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\right]\right\} - \frac{\partial}{\partial x}\left(x^k \frac{\partial v}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial x}\right).$$

Полагая здесь $v = \omega$, с учетом того, что ω удовлетворяет уравнению (2), получим

$$\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left\{x^k\left[\left(\frac{\partial \omega}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)^2\right]\right\} \equiv \frac{\partial}{\partial x}\left(x^k \frac{\partial \omega}{\partial t}\frac{\partial \omega}{\partial x}\right).$$

Интегрируя последнее равенство по x на отрезке $[0,l]$ и дифференцируя два раза по t условие (6_0), после некоторых преобразований приходим к выводу, что $\frac{\partial \omega}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial \omega}{\partial x} = 0$, и, следовательно, $\omega = c$. Из этого равенства и начальных условий (5_0) следует, что $c = 0$ и, следовательно, $\omega = 0$ и $u_1 = u_2$. Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бейтман Г. *Высшие трансцентдентные функции. Т. 2.* – М.: Наука, 1966. – 296 с.

2. Ватсон Г. Н. *Теория бесселевых функций. Часть первая.* – М.: И.Л., 1949. – 799 с.

Т. В. Зыкова

Сибирский федеральный университет,

zykovatv@mail.ru

ОБ ИНТЕГРАЛЕ МЕЛЛИНА-БАРНСА, ПРЕДСТАВЛЯЮЩЕМ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Интегральные преобразования Меллина для решения общей системы алгебраических уравнений исследовались в ряде работ (см. [1], [2]), в которых прямое преобразование было вычислено с помощью линеаризации системы (замены переменной специального вида). Идея линеаризации алгебраического